

کد کنترل

485

F



485F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنج‌شنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

بیوانفورماتیک (کد ۲۲۴۶)

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - زیست‌شناسی سلولی و مولکولی - آمار و احتمال - ساختمان داده و الگوریتم - ریاضیات گسسته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره سندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (زیست‌شناسی سلولی و مولکولی - آمار و احتمال - ساختمان داده و الگوریتم - ریاضیات گسسته):

۱- کدام باقیمانده‌های قندی برای شناسایی گلیکوپروتئین‌ها توسط سلکتین‌ها ضروری می‌باشند؟

a. N - استیل گالاکتوز آمین

b. گالاکتوز

c. N - استیل گلوکز آمین

d. مانوز

e. N - استیل نورامینیک اسید

f. فوکوز

(۲) a, c, d

(۱) e, f

(۴) b, c, d, e, f

(۳) b, c, d, e

۲- در رابطه با ژنوم میتوکندری کدام عبارت درست است؟

(۱) از لحاظ آرایش ژن‌ها در ژنوم شبیه ژنوم هسته می‌باشد.

(۲) بعضی از کدهای آن با کدهای Universal هم‌خوانی ندارد.

(۳) بیشتر پروتئین‌های زنجیره تنفسی توسط ژنوم میتوکندری رمزگذاری می‌شود.

(۴) پروتئین‌های شبه هیستونی بیشتری در ژنوم میتوکندری نسبت به ژنوم هسته وجود دارد.

۳- کدام آنتی‌بیوتیک با اتصال به زیر واحد ۵۰S عمل آنزیم پپتیدیل ترانسفراز را مهار می‌کند؟

(۲) سیکلوهگزامید

(۱) استرپتومایسین

(۴) کلرامفنیکل

(۳) تتراسایکلین

۴- همه جملات زیر در مورد CDK‌های میتوزی درست‌اند، به جز:

(۱) weel کیناز را فعال می‌کنند.

(۲) باعث فعال شدن SMC‌ها می‌شوند.

(۳) باعث فعال‌سازی Cdc25 فسفاتاز می‌شوند.

(۴) باعث شکسته شدن پوشش هسته‌ای در اکثر یوکاریوت‌ها می‌شوند.

۵- همه واکنش‌های زیر مربوط به عملکرد پراکسی‌زوم‌های می‌باشد، به جز:

(۱) تولید و حذف H_2O_2

(۲) متابولیزم ترکیبات نیتروژن‌دار

(۳) اکسیداسیون اسیدهای چرب با زنجیره کوتاه

(۴) کاتابولیسم ترکیبات غیرمعمول مانند اسیدهای آمینه از نوع D

- ۶- همه عوامل دخیل در هم‌زمانی سنترو ورود پروتئین‌ها به داخل شبکه آندوپلاسمی (Cotranslational transpost) از پروتئین‌های هیدرولیزکننده GTP هستند، به جز:
- (۱) فاکتور طول‌سازی ترجمه پروتئین از mRNA (۲) زیر واحد α از گیرنده SRP (۳) زیر واحد P_{54} از SRP (۴) ترانسلوکون $sec61$
- ۷- در مخمر برای گذر از G_1 ، کدام یک توسط کمپلکس SCF هدف‌گذاری می‌شود؟
- (۱) $cdh1$ (۲) Sic1 (۳) cyclin B (۴) securin
- ۸- کدام یک از اجزای ماتریکس خارج سلولی به صورت cell specific بیان می‌شود و به یک توالی سه پپتیدی Arg-Gly-Asp متصل می‌شود؟
- (۱) لامنین (۲) کولاژن (۳) فیبرونکتین (۴) پروتئوگلیکین
- ۹- کدام یک از مسیرهای سیگنالی زیر توسط سیتوکین‌ها فعال نمی‌شود؟
- (۱) Phospholipase C (۲) Ras-MAP Kinas (۳) JAK-STAT (۴) PI3 Kinase
- ۱۰- کدام ناحیه، از فاکتور سیگما 70 ، به ناحیه 35 - پروموتور متصل می‌شود؟
- (۱) $4/2$ (۲) $2/4$ (۳) 3 (۴) $1/1$
- ۱۱- کدام فاکتور، در پروکاریوت‌ها از اتصال زیرواحدهای ریبوزومی به یکدیگر جلوگیری می‌کند؟
- (۱) IF1 (۲) IF2 (۳) IF3 (۴) RRF
- ۱۲- کمترین تعداد tRNA مربوط به کدام است؟
- (۱) باکتری‌ها (۲) گیاهان (۳) مخمر (۴) میتوکندری انسان‌ها
- ۱۳- کدام یک، در روند جدا شدن انترن‌ها از پیش‌ساز mRNA وارد عمل می‌شود؟
- (۱) snRNA (۲) miRNA (۳) snoRNA (۴) siRNA
- ۱۴- فرض کنید A و B دو پیشامد باشند که با احتمال $\frac{1}{4}$ این دو پیشامد به‌طور هم‌زمان رخ می‌دهند و با احتمال $\frac{1}{4}$ هیچ‌کدام رخ نمی‌دهند. مقدار $P(A \Delta B)$ کدام است؟ ($A \Delta B$ نمایانگر تفاضل متقارن دو پیشامد است).
- (۱) $\frac{1}{28}$ (۲) $\frac{15}{28}$ (۳) $\frac{17}{28}$ (۴) $\frac{18}{28}$

۱۵- دو تاس سالم را یک بار پرتاب می‌کنیم. اگر A نمایانگر پیشامد مجموع دو خال برابر ۷ و B نمایانگر پیشامد خال اول فرد باشد، مقدار $P(A \Delta B | A \cup B)$ ، کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (3)$$

$$\frac{6}{7} \quad (4)$$

۱۶- جعبه‌ای شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره آبی است. یک مهره به تصادف از این جعبه انتخاب می‌شود. اگر مهره سفید بود، مهره انتخابی همراه با یک مهره آبی به جعبه برگردانده می‌شود و اگر مهره آبی بوده مهره انتخابی همراه با یک مهره سفید به جعبه برگردانده می‌شود. آن‌گاه مهره دوم به تصادف انتخاب می‌شود. اگر مهر دوم انتخابی آبی باشد، احتمال این که اولی هم آبی بوده باشد، کدام است؟

$$\frac{14}{31} \quad (1)$$

$$\frac{16}{31} \quad (2)$$

$$\frac{15}{31} \quad (3)$$

$$\frac{13}{31} \quad (4)$$

۱۷- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع (تجمعی) زیر باشد. مقدار $E(X)$ ، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{2}{3} & 2 \leq x < 3 \\ \frac{7}{10} & 3 \leq x < 4 \\ \frac{8}{10} & 4 \leq x < 5 \\ \frac{9}{10} & 5 \leq x < 6 \\ 1 & x \geq 6 \end{cases}$$

$$\frac{2}{1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

۱۸- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع (تجمعی) زیر باشد. مقدار $E(X)$ ، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{3} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{3} + k(x-2) & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{5} \quad (4)$$

۱۹- فرض کنید ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $\Gamma(\alpha, \alpha)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد α به روش گشتاوری، کدام است؟

$$f_{\alpha}(x) = \frac{1}{\alpha^{\alpha} \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\alpha}}, \quad x > 0, \quad \alpha > 0$$

(۱) ۳

(۲) ۲/۵

(۳) $\sqrt{2/5}$ (۴) $\sqrt{3}$

۲۰- فرض کنید ۱، ۲، ۳، ۴، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. مقدار برآورد λ به روش ماکزیمم درست‌نمایی، کدام است؟

$$f_{\lambda}(x) = \frac{\lambda^4}{\Gamma(4)} \frac{1}{x^5} e^{-\frac{\lambda}{x}}, \quad x > 0, \quad \lambda > 0$$

(۱) $\frac{48}{19}$ (۲) $\frac{38}{17}$ (۳) $\frac{17}{38}$ (۴) $\frac{19}{48}$

۲۱- طول عمر (برحسب ساعت) نمونه‌هایی مستقل از سه نوع باطری با مارک مختلف به شرح زیر است. علاقمند به بررسی برابری طول عمرها در مقابل متفاوت بودن طول عمرها هستیم. با فرض نرمال بودن داده‌ها و همگن بودن واریانس‌ها، مقدار برآورد واریانس (یکسان)، کدام است؟

۱	۲	۳	
۴۰	۶۰	۶۰	$\frac{1600}{7}$ (۱)
۳۰	۴۰	۵۰	$\frac{300}{7}$ (۲)
۵۰	۵۵	۷۰	$\frac{400}{3}$ (۳)
۵۰	۶۵	۶۵	$\frac{400}{7}$ (۴)
۳۰		۷۵	
		۴۰	

۲۲- جعبه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. از این جعبه ۵ مهره به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌شود. احتمال اینکه حداقل یک مهره قرمز و حداقل یک مهره سفید انتخاب شده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{15}{16}$ (۳) $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{31}{32}$

۲۳- از بین ۱۰۰۰ کارت شماره‌گذاری شده از ۱ تا ۱۰۰۰ یک کارت به تصادف انتخاب می‌شود. احتمال اینکه بر ۸ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۰۸
(۲) ۰/۱۲۵
(۳) ۰/۸۷۵
(۴) ۰/۹۹۲

۲۴- کمترین تعداد مقایسه مورد نیاز برای تعیین اینکه یک عدد صحیح بیش از $\frac{n}{4}$ مرتبه در یک آرایه مرتب از اعداد صحیح به طول n ظاهر می‌شود، از کدام مرتبه است؟

- (۱) $\Theta(1)$
(۲) $\Theta(\log n)$
(۳) $\Theta(n)$
(۴) $\Theta(n \log n)$

۲۵- n آرایه نامرتب A_1, \dots, A_n را در نظر بگیرید (n عددی فرد است). هر کدام از این آرایه‌ها دارای n عنصر متمایز است. هیچ عنصر مشترکی میان هیچ دو آرایه‌ای وجود ندارد. پیچیدگی زمانی الگوریتمی برای محاسبه میانه این آرایه‌ها از چه مرتبه‌ای است؟

- (۱) $\Theta(n)$
(۲) $\Theta(n \log n)$
(۳) $\Theta(n^2)$
(۴) $\Omega(n^2 \log n)$

۲۶- فرض کنید آرایه‌ای از اعداد صحیح $A = [a_1; a_2; \dots; a_n]$ داده شود و یک اندیس (ناشناخته) k وجود دارد به طوری که زیر آرایه $A = [a_1; a_2; \dots; a_k]$ به ترتیب اکیداً افزایشی مرتب شده است و زیر آرایه $A = [a_k; a_{k+1}; \dots; a_n]$ به ترتیب اکیداً نزولی مرتب شده است (یعنی اگر $1 \leq i < j \leq k$ ، آنگاه $a_i < a_j$ و اگر $k \leq i < j \leq n$ ، آنگاه $a_i > a_j$). هدف شما تعیین k است. یک الگوریتم بهینه برای حل این مسئله چه زمان اجرایی دارد؟

- (۱) $\Theta(n^2)$
(۲) $\Theta(n \log n)$
(۳) $\Theta(n)$
(۴) $\Theta(\log n)$

۲۷- کدام مورد درست است؟

(۱) آرایه $A = [1; 3; 5; 1; 4; 2]$ ، یک max heap است.

(۲) هر مسئله محاسباتی با اندازه ورودی n را می‌توان با یک الگوریتمی با زمان چند جمله‌ای بر حسب n حل کرد.

(۳) برای تمام توابع مثبت $f(n)$ ، $g(n)$ و $h(n)$ ، اگر $f(n) = O(g(n))$ و $f(n) = \Omega(h(n))$ باشد، آنگاه $g(n) + h(n) = \Omega(f(n))$.

(۴) اگر هر رقم جداگانه در RADIX SORT را با استفاده از INSERTION SORT به جای COUNTING SORT مرتب کنیم، آنگاه RADIX SORT به درستی کار نمی‌کند. (یعنی خروجی صحیح را تولید نمی‌کند).

۲۸- کدام یک، مطمئناً عبارت $f(n) = \Omega(g(n))$ را پشتیبانی می‌کند؟

(۱) $f(n) \leq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 1$

(۲) $f(n) \geq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 136$

(۳) $f(n) \leq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 100$

(۴) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$

۲۹- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف- هر درخت جستجوی دودویی دلخواه با n گره می‌تواند به یک درخت جستجوی دودویی دلخواه دیگر با n گره با انجام $O(n)$ عمل rotation تبدیل شود.

ب- برای هر دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ یکی از سه حالت (۱) $f(n) \in o(g(n))$ ، (۲) $f(n) \in w(g(n))$ و (۳) $f(n) \in \theta(g(n))$ برقرار است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۰- زمان اجرای الگوریتم زیر از چه مرتبه‌ای است؟ ($x++$ یعنی متغیر x را به اضافه یک کنید).

$i = 1$

$j = 1$

for($i = 0; i < n; i++$)

for($j = i * i * i; j < n * i; j++$)

print("*")

(۱) n^2

(۲) $n^{2/5}$

(۳) n^3

(۴) $n^{3/5}$

۳۱- کدام مورد (موارد) زیر درست است؟

الف- اگر در الگوریتم‌سازی ادغامی (Merge sort)، در هر گام تقسیم، به جای تقسیم هر دسته از اعداد به دو

دسته، آنها را به سه دسته تقریباً هم‌اندازه تقسیم کنیم (به عبارت دیگر n عدد به ۳ دسته تقریباً $\frac{n}{3}$ تایی و

سپس ۹ دسته تقریباً $\frac{n}{9}$ تایی تقسیم شوند و ...)، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب‌سازی است و زمان آن از

$\Theta(n \log n)$ است.

ب- اگر در الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی، در هر گام، اعداد را به دو دسته تقسیم کنیم، به طوری که اندازه یکی از

دسته‌ها حدوداً ۵ برابر اندازه دسته دیگر باشد، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب‌سازی است و زمان اجرای

آن $\Theta(n \log n)$ است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۲- n عدد طبیعی a_1, a_2, \dots, a_n داده شده است. با استفاده از جدول درهم‌سازی (Hash Table) قصد داریم دو سؤال زیر را پاسخ دهیم.

الف- آیا i و j که $\frac{a_i}{a_j} = 2$ وجود دارند؟

ب- آیا i و j که $\frac{1}{9} < \frac{a_i}{a_j} < \frac{2}{9}$ وجود دارند؟

امید ریاضی زمان اجرای سریع‌ترین الگوریتم موجود برای حل دو مسئله «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه زمانی است؟ (امید ریاضی زمان اجرای یک الگوریتم، میانگین زمان اجرای آن است.)

(۱) n^2, n

(۲) n, n^2

(۳) n, n

(۴) n^2, n^2

۳۳- همزمان با اجرای الگوریتم جستجوی عمق اول (DFS) روی یک گراف n رأسی، برای هر رأس دو عدد تولد و مرگ

نیز تعیین می‌کنیم. اعداد تولد و مرگ رأس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند: دو نوع رویداد تعریف می‌کنیم (A) پیمایش هر رأس برای اولین بار، (B) ترک کردن یک رأس برای همیشه. این $2n$ رویداد را به ترتیب زمان رخ دادن با شماره‌های ۱ الی $2n$ شماره‌گذاری می‌کنیم. شماره حاصل از مورد A برای رأس v را عدد تولد v و شماره حاصل از رویداد (B) برای رأس v را عدد مرگ v می‌نامیم. کدام گزاره یا گزاره‌های زیر لزوماً درست است؟

الف- از دو عدد تولد و مرگ هر رأس، دقیقاً یک عدد، فرد است.

ب- حداقل یک رأس وجود دارد که عدد مرگ آن برابر با عدد تولدش به اضافه یک است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۴- یک روش مرتب‌سازی را برای مرتب‌نمودن اعداد کاملاً نامرتب ۱ تا ۱۶ انتخاب نموده‌ایم بعد از انجام چندین مرحله

اعداد از چپ به راست به صورت زیر درآمده‌اند، روش مرتب‌سازی کدام است؟

۲, ۵, ۱, ۱۰, ۱۴, ۱۶, ۱۵, ۱۳, ۱۲, ۱۱, ۹, ۸, ۷, ۶, ۴, ۳

(۱) درجی (Insertion)

(۲) انتخابی (Selection)

(۳) حبابی (Bubble)

(۴) سریع (Quick)

۳۵- در صورتی که بخواهیم دنباله مرتب‌شده صعودی در خروجی داشته باشیم، کدام یک از ساختارهای داده‌ای زیر

بدون استفاده از ساختار کمکی قادر به انجام آن است؟

(۱) درخت Maxheap

(۲) درخت دودویی منظم

(۳) درخت Minheap

(۴) درخت جستجوی دودویی

۳۶- در یک پارکینگ تعدادی جای پارک برای ماشین و موتورسیکلت که به صورت موازی پارک می‌شوند وجود دارد.

اگر هر ماشین ۳ جای پارک و هر موتورسیکلت ۱ جای پارک را بگیرد و در کل ۹ جای پارک وجود داشته باشد به چند حالت مختلف می‌توان این ۹ جای پارک را به‌طور کامل با ماشین و موتورسیکلت پر کرد؟

(۱) ۱۹

(۲) ۲۷

(۳) ۱۳

(۴) ۸

۳۷- فرض کنیم G یک گراف با مجموعه رأس‌های $V = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 8, 1 \leq y \leq 6\}$ باشد و دو رأس در G مجاورند هرگاه فاصله (اقلیدسی) آنها از یکدیگر $\sqrt{5}$ باشد. G چند یال دارد؟

(۱) ۱۱۶

(۲) ۱۲۴

(۳) ۱۳۲

(۴) ۱۴۰

۳۸- فرض کنیم G یک گراف دوبخشی است که ۸ مؤلفه همبندی دارد. اگر همه رأس‌ها شماره‌گذاری شده باشند، مجموعه رأس‌های هر مؤلفه ناتهی باشد، یکی از مؤلفه‌ها حداقل یک یال داشته باشد و x تعداد حالت‌هایی باشد که می‌توان مجموعه رأس‌های گراف G را به صورت $A \cup B$ نوشت که $A \cap B = \emptyset$ و نیز زیرگراف القایی بر A و نیز زیرگراف القایی بر B یالی نداشته باشند، کدام گزینه در مورد x درست است؟

(۱) $x \geq 356$ (۲) $256 \leq x \leq 355$ (۳) $0 \leq x \leq 126$ (۴) $127 \leq x \leq 255$

۳۹- در چند مورد ثابت می‌شود گزاره P برای همه اعداد طبیعی درست است؟

«الف» - گزاره P برای ۱ و ۲ درست است. همچنین برای هر عدد طبیعی n ، اگر P برای $n-1$ درست باشد، آنگاه برای $n+1$ نیز درست است.

«ب» - گزاره P برای ۱ و ۲ درست است. همچنین برای هر عدد طبیعی n ، اگر P برای ۱، ۲، ۳، ...، n درست باشد، آنگاه برای $n+1$ نیز درست است.

«ج» - گزاره P برای ۱ درست است. همچنین برای هر عدد طبیعی n ، اگر P برای $n-2$ درست باشد، آنگاه برای $n-1$ نیز درست است.

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۴۰- منظور از یک مربع لاتین مرتبه n ، یک جدول $n \times n$ است که در هر خانه آن یکی از اعداد یک الی n قرار گرفته است به طوری که هر سطر و هم‌چنین هر ستون جدول شامل همه اعداد ۱ الی n باشد. L و L' دو مربع لاتین مرتبه ۲۵ هستند. تعداد خانه‌های متفاوت L و L' چه عدد یا اعدادی می‌تواند باشد؟

«الف» - ۳

«ب» - ۶

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۱- چه تعداد رابطه روی یک مجموعه X عضو X به طوری که $x \in X$ موجود و x با خودش در ارتباط باشد، وجود دارد؟

(۱) ۵

(۲) ۳۱

(۳) 31×2^{30} (۴) 5×2^{30}

۴۲- کوچکترین عدد k که هر زیرمجموعه k عضوی از $\{1, 2, \dots, 95\}$ شامل ۳ عضو متمایز x, y, z به طوری که

$$(x-y)(y-z)(z-x) \text{ مضرب } 11^2 \text{ باشد، چند است؟}$$

(۱) ۲۳

(۲) ۲۶

(۳) ۲۷

(۴) ۳۴

۴۳- مقدار $\sum_{i=0}^{100} a_i$ ، کدام است؟

$$\begin{cases} a = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

(۱) $2^{103} - 3 \cdot 1$

(۲) $2^{103} - 3 \cdot 3$

(۳) $2^{103} - 3 \cdot 5$

(۴) $2^{103} - 3 \cdot 7$

۴۴- کدام گزاره یا گزاره‌ها لزوماً درست است؟

ماتریس مربعی $H_{n \times n}$ را هادامارد می‌نامیم هرگاه هر درایه‌اش $+1$ یا -1 باشد. همچنین حاصل ضرب H در ترانپوزدهاش مساوی با n برابر ماتریس همانی باشد $(HH^t = nI)$.

الف- اگر $H_{7 \times 7}$ یک ماتریس هادامارد باشد که همه درایه‌های سطر اول آن -1 است آنگاه تعداد درایه‌های $+1$ در H برابر با ۲۸ است.

ب- هیچ ماتریس هادامارد 27×27 ای، وجود ندارد.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۵- چند تابع $f: \{1, 2, \dots, 22\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 7\}$ وجود دارد به طوری که به ازای هر k که $1 \leq k \leq 7$ ، مجموعه

$f^{-1}(k)$ حداقل ۳ عضوی باشد؟

(۱) $\frac{22!}{(3!)^6 \times 4!}$

(۲) $\frac{22!}{(3!)^7 \times 7}$

(۳) $7! \times \frac{22!}{(3!)^7 \times 7}$

(۴) $7! \times \frac{22!}{(3!)^6 \times 4!}$

